

Министерство образования Российской Федерации

Тульский государственный университет

Кафедра электротехники  
и электрооборудования

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**  
**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

Методические указания по проведению практических занятий  
для студентов всех специальностей электротехнических и  
электроэнергетических направлений очной формы обучения.

Тула 2000 г.

Разработал: Илюшин В.С., канд. техн. наук, доцент

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие .....	4
Тема 1. Линейные электрические цепи постоянного тока .....	5
Тема 2. Однофазные электрические цепи синусоидального тока .....	12
Тема 3. Трёхфазные цепи .....	19
Тема 4. Несинусоидальные периодические токи и напряжения .....	24
Тема 5. Четырёхполюсники .....	26
Тема 6. Переходные процессы в линейных электрических цепях .....	28
Библиографический список .....	37

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено для преподавателей и студентов, оно содержит методические и справочные материалы для проведения практических занятий по курсам "Теоретическая электротехника" и "Теоретические основы электротехники". Пособие может быть использовано студентами всех специальностей электротехнических и электроэнергетических направлений очного и заочного обучения, изучающими указанные курсы, при решении контрольных задач, а также при выполнении курсовых и расчетно-графических работ. Пособие содержит необходимые теоретические сведения и примеры решения конкретных типовых задач по основным разделам данных курсов.

## Тема 1. Линейные электрические цепи постоянного тока.

Порядок решения задач рассматривается на примере цепи, изображенной на рис.1., в которой  $E_1 = 70 \text{ В}$ ,  $E_2 = 40 \text{ В}$ ,  $E_5 = 25 \text{ В}$ ,  $E_6 = 35 \text{ В}$ ;  $J_3 = 1 \text{ А}$ ;  $R_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 5 \text{ Ом}$ .

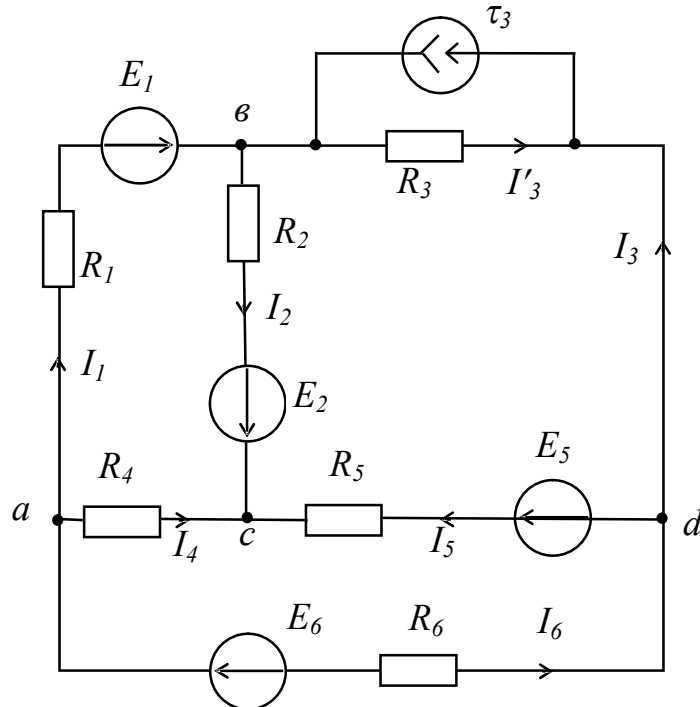


Рис.1. Исходная цепь

**ЗАДАЧА 1.** Составление уравнений на основании законов Кирхгофа.

Решение начинают с выбора условно-положительных направлений токов во всех ветвях цепи. При записи уравнений необходимо помнить, что ветви с источниками тока в расчетные контуры не входят:

- а)  $I_1 + I_4 - I_6 = 0$ ;
- в)  $-I_1 + I_2 - I_3 = 0$ ;
- с)  $-I_2 - I_4 - I_5 = 0$ ;
- А)  $I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_4 R_4 = E_1$ ;
- В)  $-I_2 R_2 + I_3' R_3 + I_5 R_5 = E_5 - E_2$ ;
- С)  $I_4 R_4 - I_5 R_5 + I_6 R_6 = E_6 - E_5$ .

В уравнении для контура В записано произведение  $I_3' R_3$ , так как именно ток  $I_3'$  протекает по резистору  $R_3$ .

**ЗАДАЧА 2.** Расчет линейной цепи постоянного тока методом контурных токов.

Вначале желательно преобразовать все источники тока в эквивалентные источники напряжения и начертить схему полученной электрической

цепи (рис. 2). Эквивалентная ЭДС определяется как  $E_3 = J_3 R_3$ , отсюда  $E_3 = 1 \cdot 20 = 20$  В. Составляем уравнения контурных токов:

$$A) I_A(R_1 + R_2 + R_4) - I_B R_2 - I_C R_4 = E_1 + E_2;$$

$$B) -I_A R_2 + I_B(R_2 + R_3 + R_5) - I_C R_5 = -E_1 - E_3 + E_5;$$

$$C) -I_A R_4 - I_B R_5 + I_C(R_4 + R_5 + R_6) = E_6 - E_5.$$

Подставляя числовые данные в приведенные уравнения и решая их, получим

$$I_A = 5 \text{ А}; \quad I_B = 2 \text{ А}; \quad I_C = 3 \text{ А}.$$

Реальные токи в исходной цепи определяют по контурным токам, причем ветви с источниками тока составляют контур, в котором контурный ток равен задающему току этого источника тока:

$$I_1 = I_A = 5 \text{ А}; \quad I_2 = I_A - I_B = 5 - 2 = 3 \text{ А}; \quad I_3 = -I_B = -2 \text{ А}; \quad I_3' = I_B + J_3 = 2 + 3 = 5 \text{ А};$$

$$I_4 = I_C - I_A = 3 - 5 = -2 \text{ А}; \quad I_5 = I_B - I_C = 2 - 3 = -1 \text{ А}; \quad I_6 = -I_C = -3 \text{ А}.$$

Знак минус у токов  $I_3, I_4, I_5, I_6$  показывает, что их истинные направления противоположны направлениям, принятым на рис.1, но эти направления следует оставить.

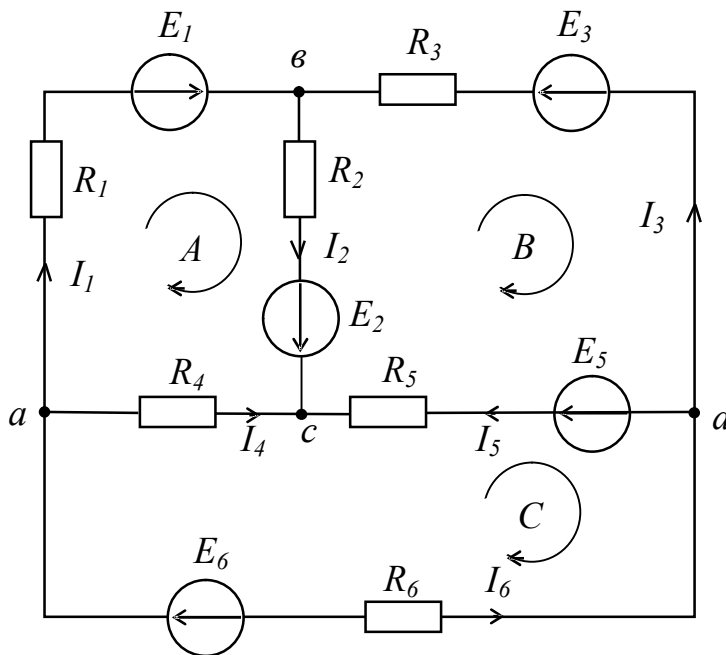


Рис.2. Цепь для расчета методом контурных токов

### ЗАДАЧА 3. Расчет линейной цепи постоянного тока методом узловых потенциалов.

Перед составлением уравнений желательно преобразовать все источники напряжения в эквивалентные источники тока и выбрать узел цепи, потенциал которого можно приравнять нулю, пусть это будет узел d,  $\Phi_d = 0$  (рис. 3):

$$J_i = \frac{E_i}{R_i},$$

где  $i$  – номер ветви с исходным источником напряжения.

Составляем уравнения узловых потенциалов для узлов а, в, с:

$$\text{а) } \Phi_a \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \Phi_b \frac{1}{R_1} - \Phi_c \frac{1}{R_4} = J_6 - J_1;$$

$$\text{в) } -\Phi_a \frac{1}{R_1} + \Phi_b \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \Phi_c \frac{1}{R_2} = J_1 + J_3 - J_2;$$

$$\text{с) } -\Phi_a \frac{1}{R_4} - \Phi_b \frac{1}{R_2} - \Phi_c \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) = J_2 + J_5.$$

Подставляя числовые данные в записанные уравнения и решая их, получим

$$\Phi_a = 20 \text{ В}; \quad \Phi_b = 60 \text{ В}; \quad \Phi_c = 40 \text{ В}.$$

Реальные токи в исходной цепи определяют по обобщенному закону Ома, например,

$$I_1 = \frac{\Phi_a - (\Phi_b - E_1)}{R_1} = \frac{20 - (60 - 70)}{6} = 5 \text{ А}.$$

Здесь в круглых скобках записан потенциал верхнего (по схеме рис. 3) вывода резистора  $R_1$ . Аналогично можно найти и остальные токи.

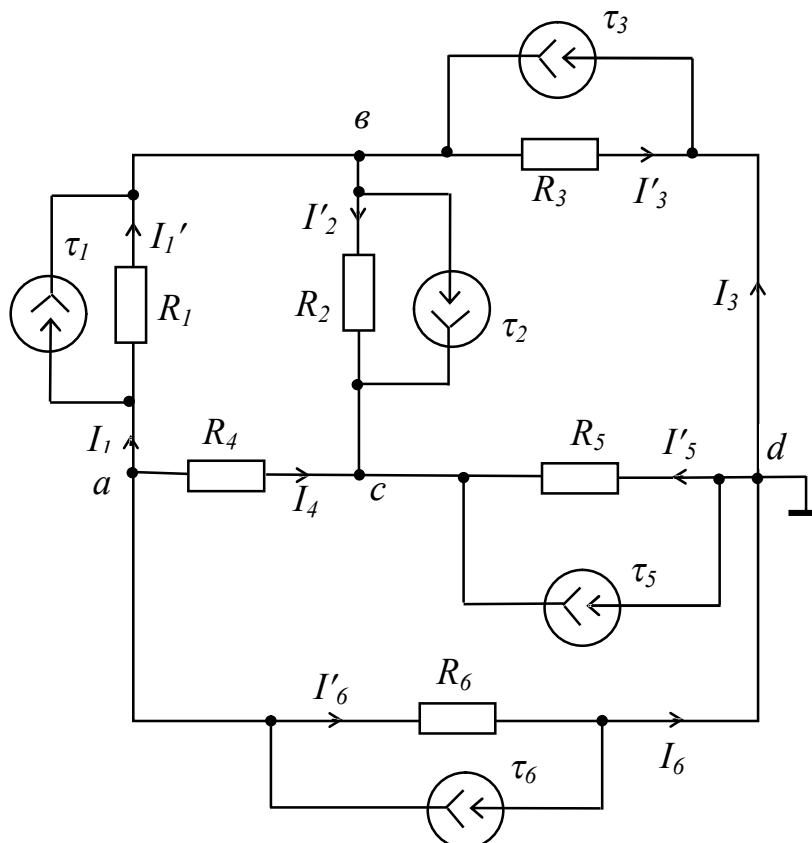


Рис. 3. Цепь для расчета методом узловых потенциалов.

ЗАДАЧА 4. Расчет баланса мощностей линейной цепи постоянного тока.

Мощность источника (напряжения или тока) записывают со знаком плюс, если ток, протекающий через источник, противоположен по направлению напряжению на зажимах источника, в противном случае мощность источника отрицательна. Для источника напряжения можно сравнить направления тока через источник и ЭДС источника: если они совпадают, то мощность источника положительна, в противном случае мощность источника записывают со знаком минус. Для данной цепи мощность источников равна

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + J_3 U_{\text{вд}} + E_5 I_5 - E_6 I_6.$$

Здесь мощность источника тока  $J_3$  можно найти несколькими способами:

$$P_{\text{из}} = J_3 U_{\text{вд}} = -J_3 U_{\text{дв}} = -J_3 (\Phi_{\text{д}} - \Phi_{\text{в}}) = J_3 (I_3' R_3).$$

Подставляя числовые значения величин (с учетом их знаков), получим:

$$P_{\text{ист}} = 70 \cdot 5 + 40 \cdot 3 + 1 \cdot (3 \cdot 20) + 25 \cdot (-1) - 35 \cdot (-3) = 610 \text{ Вт.}$$

Мощность приемников всегда положительна:

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3'^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6.$$

Здесь в третьем слагаемом правой части уравнения записан ток  $I_3'$ , так как именно он протекает по резистору  $R_3$ . Подставляя числовые значения величин, можно получить

$$P_{\text{пр}} = 610 \text{ Вт,}$$

т.е. баланс сходится. При  $P_{\text{ист}} \neq P_{\text{пр}}$  баланс считается выполненным, если расхождение между  $P_{\text{ист}}$  и  $P_{\text{пр}}$  не более 3%. Обозначая большую из этих мощностей  $P_B$ , а меньшую  $P_M$ , имеем условие выполнения баланса:

$$\frac{P_B - P_M}{P_M} \cdot 100\% \leq 3\%.$$

ЗАДАЧА 5. Расчет линейной цепи постоянного тока методом активного двухполюсника (эквивалентного генератора).

Найдем ток второй ветви. Применяя любой метод расчета электрических цепей, определим напряжение холостого хода (рис. 4). Пусть это будет метод контурных токов. Поменяем местами ветви  $E_6 - R_6$  и  $R_4 - R_5 - E_5$  (рис. 5).



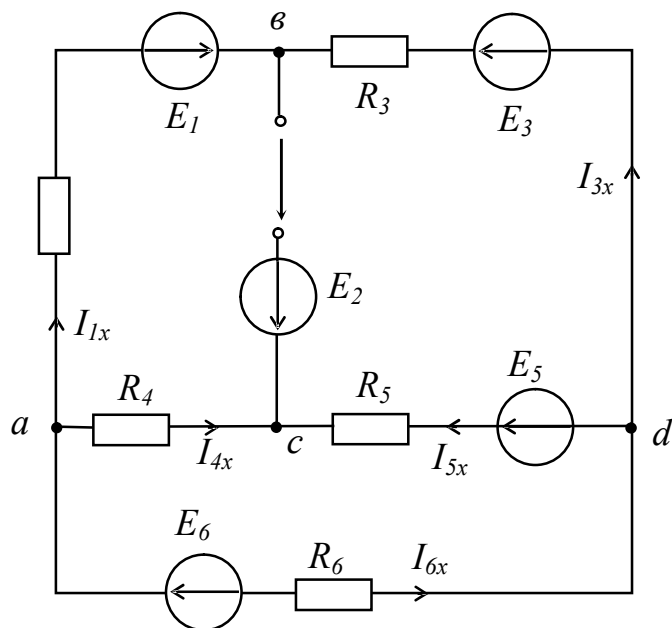


Рис. 4. Цепь для расчета напряжения холостого хода.

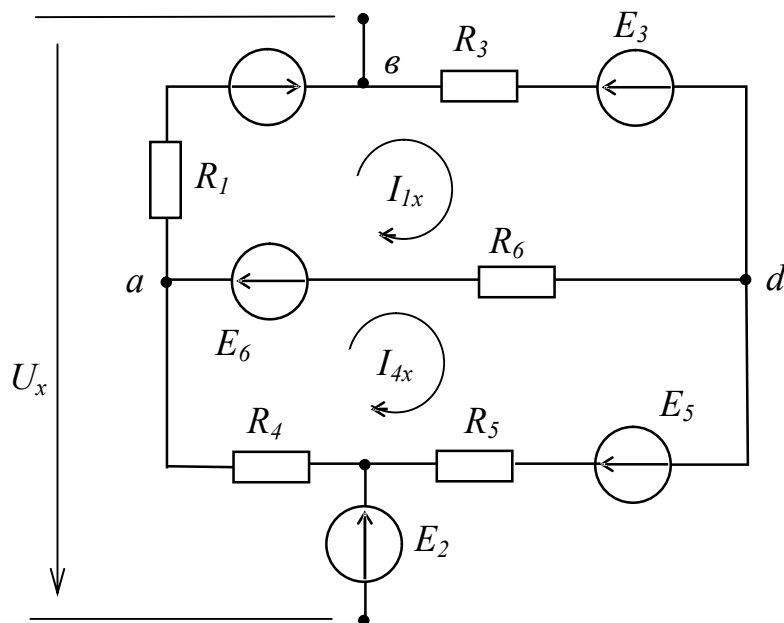


Рис. 5. Преобразованная цепь для расчета.

Составим уравнения:

$$I_{1x}(R_1 + R_3 + R_6) - I_{4x}R_6 = E_1 - E_3 + E_6;$$

$$-I_{1x}R_6 + I_{4x}(R_6 + R_4 + R_5) = E_5 - E_6.$$

Подставляя числовые данные и, решая систему уравнений, имеем:

$$I_{1x} = 2,762 \text{ А}; \quad I_{4x} = 0,127 \text{ А}.$$

Для определения  $U_x$  запишем уравнение второго закона Кирхгофа для любого контура, включающего искомое напряжение, например, для контура  $R_1 - E_1 - U_x - E_2 - R_4 - R_1$ :

$$I_{1x}R_1 + U_x + I_{4x}R_4 = E_1 + E_2.$$

Отсюда  $U_x = E_1 + E_2 - I_{1x}R_1 - I_{4x}R_4 = 70 + 40 - 2,762 \cdot 6 - 0,127 \cdot 10 = 92,158 \text{ В}$ .

Для вычисления входного сопротивления  $R_{вх}$  составляют схему пассивной части активного двухполюсника (рис. 6), в которой идеальные источники напряжения закорачиваются, а идеальные источники тока размыкаются.

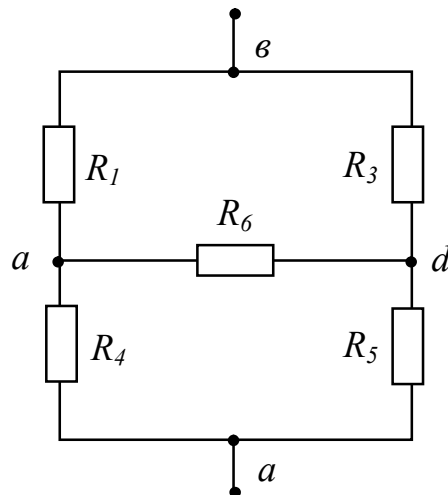


Рис. 6. Цепь для расчета входного сопротивления

Преобразуем треугольник сопротивлений  $R_1 - R_3 - R_6$  между точками  $a, b, d$  в эквивалентную звезду (рис. 7).

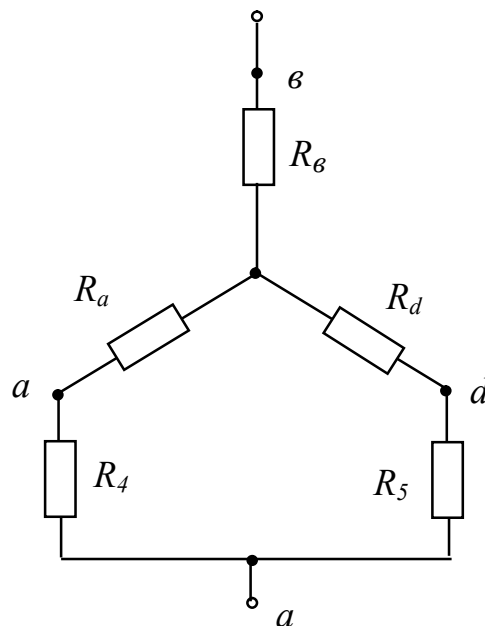


Рис. 7. Преобразованная цепь для расчета

Сопротивления звезды  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_d$  равны

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_6}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{6 \cdot 5}{6 + 20 + 5} = 0,968 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{6 \cdot 20}{6 + 20 + 5} = 3,871 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_3 \cdot R_6}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{20 \cdot 5}{6 + 20 + 5} = 3,226 \text{ Ом}.$$

Для цепи рис. 7 получим:

$$R_{\text{вх}} = \frac{(R_a + R_1) \cdot (R_d + R_5)}{R_a + R_1 + R_d + R_5} + R_b = \frac{(0,968 + 6) \cdot (3,226 + 15)}{0,968 + 6 + 3,226 + 15} + 3,871 = 10,718 \text{ Ом}.$$

Искомый ток

$$I_2 = \frac{U_x}{R_{\text{вх}} + R_2} = \frac{92,158}{10,718 + 20} = 3 \text{ А}.$$

#### ЗАДАЧА 6. Расчет и построение потенциальной диаграммы линейной цепи постоянного тока.

Для построения потенциальной диаграммы выбираем контур  $C$  исходной цепи и вводим обозначения точек после каждого элемента контура (добавлены точки  $e$  и  $f$  (рис.8)).

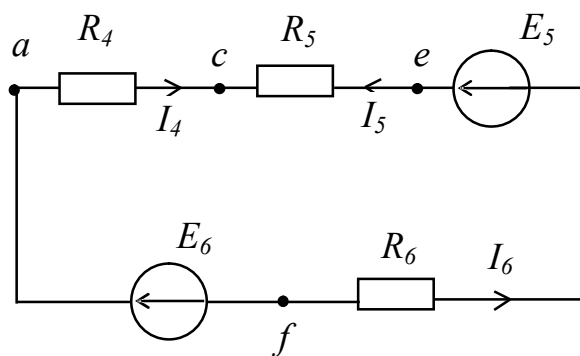


Рис. 8. К расчету потенциальной диаграммы

Примем потенциал точки  $d$  за нуль и определим потенциалы остальных точек контура (направление обхода – по движению часовой стрелки):

$$\Phi_d = 0;$$

$$\Phi_f = \Phi_d + I_6 R_6 = 0 + (-3) \cdot 5 = -15 \text{ В};$$

$$\begin{aligned}\Phi_a &= \Phi_f + E_6 = -15 + 35 = 20 \text{ В}; \\ \Phi_c &= \Phi_a - I_4 R_4 = 20 - (-2) \cdot 10 = 40 \text{ В}; \\ \Phi_e &= \Phi_c + I_5 R_5 = 40 + (-1) \cdot 15 = 25 \text{ В}; \\ \Phi_d &= \Phi_e - E_5 = 25 - 25 = 0.\end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма построена на рис. 9. По оси абсцисс откладывается сумма сопротивлений контура. Вертикальные отрезки  $af$  и  $ed$  численно равны в масштабе ЭДС  $E_6$  и  $E_5$  соответственно.

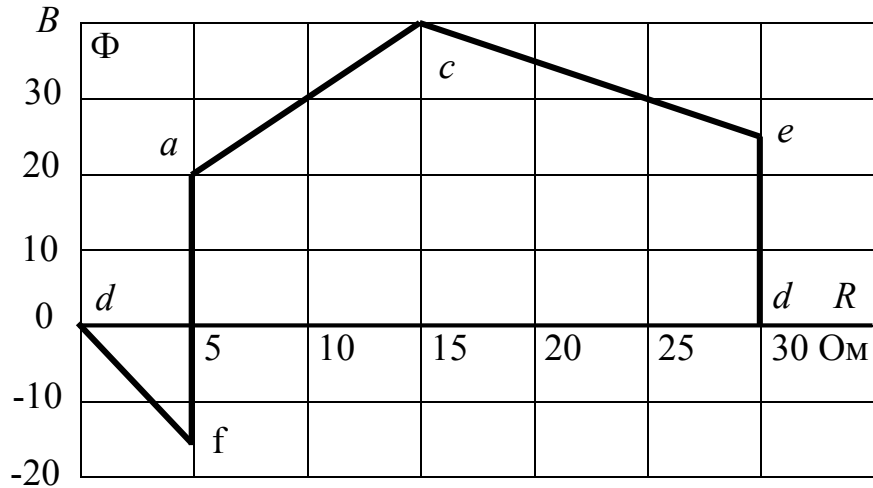


Рис. 9. Потенциальная диаграмма.

## Тема 2. Однофазные электрические цепи синусоидального тока.

Порядок решения задач рассматривается на примере цепи, изображенной на рис. 10, в которой  $e_1 = 51,86 \sin(\omega t + 25,87^\circ) \text{ В}$ ;  
 $E_3 = 48 + j \cdot 13 = 49,73 \exp(j15,1^\circ) \text{ В}$ ;  $R_1 = 2$ ,  $R_2 = 6$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ;  
 $x_{c1} = 3$ ,  $x_{L2} = 7$ ,  $x_{L3} = 15 \text{ Ом}$ ;  $x_{C3} = 10 \text{ Ом}$ .

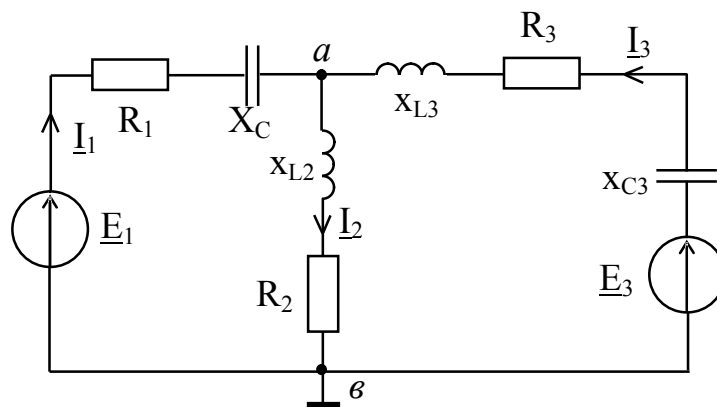


Рис. 10. Заданная цепь

ЗАДАЧА 1. Составление уравнений на основании законов Кирхгофа.

1. Дифференциальная форма. Учитывая, что напряжение на активном сопротивлении  $u_R = iR$ , на индуктивности  $u_L = L \frac{di}{dt}$ , на емкости  $u_C = \frac{1}{C} \int idt$  и выбирая направление обхода контуров совпадающим с направлением движения часовой стрелки (рис. 10), имеем

$$a) i_1 - i_2 + i_3 = 0;$$

$$A) i_1 R_1 + \frac{1}{C} \int i_1 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_2 = e_1;$$

$$B) -i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} - L_3 \frac{di_3}{dt} - i_3 R_3 - \frac{1}{C} \int i_3 dt = -e_3 .$$

2. Символическая форма. В уравнениях индуктивное сопротивление ( $+jx_L$ ), а емкостное ( $-jx_C$ ):

$$a) \underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0;$$

$$A) \underline{I}_1(R_1 - jx_{C1}) + \underline{I}_2(R_2 + jx_{L2}) = \underline{E}_1;$$

$$B) -\underline{I}_2(R_2 + jx_{L2}) - \underline{I}_3(R_3 + jx_{L3} - jx_{C3}) = -\underline{E}_3.$$

ЗАДАЧА 2. Расчет цепи синусоидального тока методом контурных токов.

При решении задач пользуются двумя формами записи комплексных чисел – показательной и алгебраической:

$$\underline{A} = A \exp(j\varphi) = A_1 + jA_2,$$

где  $A_1 = A \cdot \cos\varphi$ ;  $A_2 = A \cdot \sin\varphi$ ;

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}; \quad \varphi = \begin{cases} \arctg \frac{A_2}{A_1} & \text{при } A_1 \geq 0; \\ (\arctg \frac{A_2}{A_1}) \pm 180^\circ & \text{при } A_1 < 0. \end{cases}$$

Составляем уравнения:

$$\begin{cases} \underline{I}_A(R_1 - jx_{C1} + jx_{L2} + R) - \underline{I}_B(R_2 + jx_{L2}) = \underline{E}_1; \\ -\underline{I}_A(R_2 + jx_{L2}) + \underline{I}_B(R_2 + jx_{L2} + jx_{L3} - jx_{C3} + R_3) = -\underline{E}_3. \end{cases}$$

Определяем комплексное значение ЭДС  $e_1$ :

$$\underline{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} \exp(j\psi_{E1}),$$

где  $E_{1m}$  – максимальное значение ЭДС  $e_1$ ,  $E_{1m} = 51,86$  В;

$\psi_{E1}$  – начальная фаза ЭДС  $e_1$ ,  $\psi_{E1} = 25,87^0$ ;

$$\underline{E}_1 = \frac{51,86}{\sqrt{2}} \exp(j25,87^0) = 36,67 \exp(j25,87^0) = 33 + j16 \text{ В.}$$

Подставляем числовые данные в систему уравнений:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A(8+j4) - \underline{I}_B(6+j7) &= 33 + j \cdot 16; \\ -\underline{I}_A(6+j \cdot 7) + \underline{I}_B(10+j \cdot 12) &= -(48+j \cdot 13). \end{aligned}$$

Находим контурные токи методом определителей Крамера:

$$\underline{I}_A = \frac{(33 + j \cdot 16)(10 + j \cdot 12) - (48 + j \cdot 13)(6 + j \cdot 7)}{(8 + j \cdot 4)(10 + j \cdot 12) - (6 + j \cdot 7)(6 + j \cdot 7)}.$$

Перемножая комплексные числа в числителе и знаменателе последней дроби и приводя подобные члены, получим (учтем, что  $j^2 = -1$ )

$$\underline{I}_A = \frac{(138 + j \cdot 556) - (197 + j \cdot 414)}{(32 + j \cdot 136) - (-13 + j \cdot 84)} = \frac{-59 + j \cdot 142}{45 + j \cdot 52}.$$

Домножим числитель и знаменатель на сопряженное комплексное число знаменателя:

$$\underline{I}_A = \frac{(-59 + j \cdot 142)(45 - j \cdot 52)}{(45 + j \cdot 52)(45 - j \cdot 52)} = \frac{4729 + j \cdot 9458}{45^2 + 52^2} = I + j \cdot 2 = 2,236 \exp(j63,5^0) \text{ А.}$$

Аналогично определяем ток  $\underline{I}_B$ :

$$\underline{I}_B = \frac{-(8 + j \cdot 4)(48 + j \cdot 13) + (6 + j \cdot 7)(33 + j \cdot 16)}{(8 + j \cdot 4)(10 + j \cdot 12) - (6 + j \cdot 7)(6 + j \cdot 7)} = -2 + j \cdot 3 = 3,606 \exp(j \cdot 123,7^0) \text{ А.}$$

Реальные токи ветвей вычисляем по контурным:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_A = I + j \cdot 2 = 2,236 \exp(j63,5^0) \text{ А}; \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_A - \underline{I}_B = (I + j \cdot 2) - (-2 + j \cdot 3) = 3 - j \cdot I = 3,162 \exp(-j18,4^0) \text{ А}; \\ \underline{I}_3 &= -\underline{I}_B = 2 - j \cdot 3 = 3,606 \exp(-j56,3^0) \text{ А}. \end{aligned}$$

**ЗАДАЧА 3.** Расчет цепи синусоидального тока методом узловых потенциалов.

Примем потенциал точки  $b$  (рис. 10)  $\Phi_b = 0$ , тогда для узла  $a$  имеем

$$\underline{\Phi}_a \left( \frac{1}{R_1 - jx_{c1}} + \frac{1}{R_2 + jx_{L2}} + \frac{1}{R_3 + jx_{L3} - jx_{c3}} \right) = \frac{\underline{E}_1}{R_1 - jx_{c1}} + \frac{\underline{E}_3}{R_3 + jx_{L3} - jx_{c3}},$$

или с числовыми данными

$$\underline{\Phi}_a \left( \frac{1}{2 - j \cdot 3} + \frac{1}{6 + j \cdot 7} + \frac{1}{4 + j \cdot 15 - j \cdot 10} \right) = \frac{33 + j \cdot 16}{2 - j \cdot 3} + \frac{48 + j \cdot 13}{4 + j \cdot 15 - j \cdot 10}.$$

Произведя деление в каждой дроби, получим

$$\underline{\Phi}_a(0,154 + j \cdot 0,231 + 0,07 - j \cdot 0,082 + 0,098 - j \cdot 0,122) =$$

$$= 1,385 + j \cdot 10,077 + 6,27 - j \cdot 4,585.$$

Отсюда

$$\underline{\Phi}_a = \frac{7,655 + j \cdot 5,492}{0,322 + j \cdot 0,027} = 25 + j \cdot 15 \text{ В.}$$

Токи ветвей определяем по обобщенному закону Ома

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{\Phi}_e + E_1 - \underline{\Phi}_A}{R_1 - jx_{c1}} = \frac{33 + j \cdot 16 - (25 + j \cdot 15)}{2 - j \cdot 3} = 1 + j \cdot 2 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{\Phi}_A - \underline{\Phi}_B}{R_2 + jx_{L2}} = \frac{25 + j \cdot 15}{6 + j \cdot 7} = 3 - j \cdot 1 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{\Phi}_e + E_3 - \underline{\Phi}_a}{R_3 + jx_{L3} - jx_{c3}} = \frac{48 + j \cdot 13 - (25 + j \cdot 15)}{4 + j \cdot 15 - j \cdot 10} = 2 - j \cdot 3 \text{ А.}$$

**ЗАДАЧА 4.** Расчет и построение топографической диаграммы, совмещенной с векторной диаграммой токов.

Топографической диаграммой называют векторную диаграмму напряжений построенную так, что каждой точке электрической цепи соответствует точка на комплексной плоскости. Векторы напряжений на диаграмме противоположны стрелкам (направлению) тех же напряжений в электрической цепи по отношению к обозначенным точкам. Построение топографической диаграммы можно производить двумя способами: либо вначале вычислить потенциалы точек цепи в комплексной форме и затем отложить их на комплексной плоскости, либо вычислить модули напряжений на отдельных элементах цепи, нанести на комплексной плоскости векторы токов и далее построить топографическую диаграмму, пользуясь известными правилами: на активном сопротивлении векторы напряжения и тока совпадают по фазе, на индуктивном - вектор напряжений опережает вектор тока на  $90^\circ$ , а на емкостном – вектор напряжения отстает от вектора тока на  $90^\circ$ .

По первому способу

$$\underline{\Phi}_e = 0; \quad \underline{\Phi}_c = \underline{\Phi}_e + E_1 = 33 + j \cdot 16 \text{ В;}$$

$$\underline{\Phi}_d = \underline{\Phi}_c - \underline{I}_1 R_1 = 33 + j \cdot 16 - (1 + j \cdot 2) \cdot 2 = 31 + j \cdot 12 \text{ В;}$$

$$\underline{\Phi}_a = \underline{\Phi}_d - \underline{I}_1 (-jx_{c1}) = 31 + j \cdot 12 - (1 + j \cdot 2)(-j \cdot 3) = 25 + j \cdot 15 \text{ В;}$$

$$\underline{\Phi}_m = \underline{\Phi}_e + \underline{I}_2 R_2 = (3 - j \cdot 1) \cdot 6 = 18 - j \cdot 6 \text{ В;}$$

$$\underline{\Phi}_e = \underline{\Phi}_a + \underline{I}_3 jx_{L3} = 25 + j \cdot 15 + (2 - j \cdot 3) \cdot j \cdot 15 = 70 + j \cdot 45 \text{ В;}$$

$$\underline{\Phi}_f = \underline{\Phi}_e + \underline{I}_3 R_3 = 70 + j \cdot 45 + (2 - j \cdot 3) \cdot 4 = 78 + j \cdot 33 \text{ В};$$

$$\underline{\Phi}_n = \underline{\Phi}_f - \underline{I}_3 (-j x_{c3}) = 78 + j \cdot 33 + (2 - j \cdot 3)(-j \cdot 10) = 48 + j \cdot 13 \text{ В}.$$

Выбираем масштабы по току  $m_i$  и по напряжению  $m_u$ , откладываем векторы токов и потенциалов и, пользуясь приведенными правилами, наносим направления векторов напряжений на отдельных участках цепи (рис. 11).

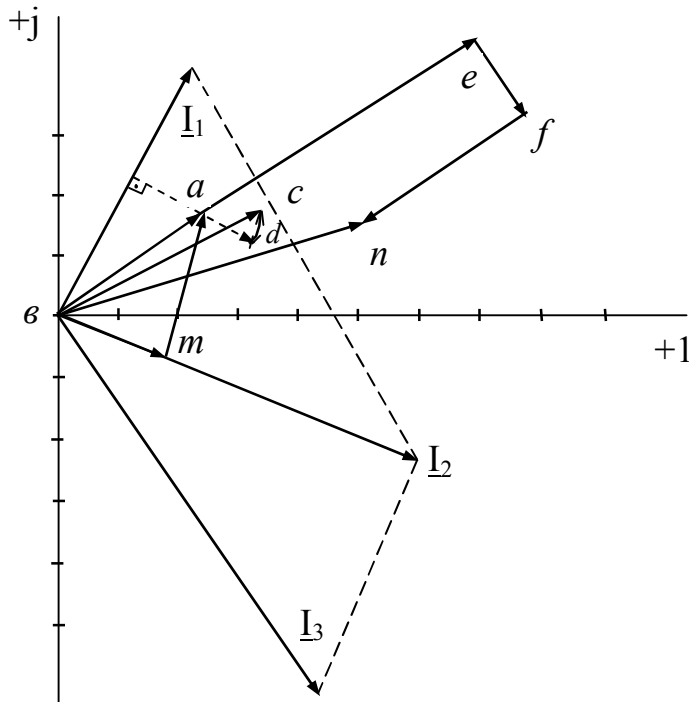


Рис. 11. Топографическая диаграмма ( $m_i = 0,5 \text{ А/см}$ ;  $m_u = 10 \text{ В/см}$ )

По второму способу

$$U_{cd} = I_1 R_1 = 2,236 \cdot 2 = 4,47 \text{ В};$$

$$U_{da} = I_1 x_{c1} = 2,236 \cdot 3 = 6,7 \text{ В};$$

$$U_{me} = I_2 R_2 = 3,162 \cdot 6 = 18,97 \text{ В};$$

$$U_{am} = I_2 x_{L2} = 3,162 \cdot 7 = 22,13 \text{ В};$$

$$U_{nf} = I_3 x_{c3} = 3,606 \cdot 10 = 36,1 \text{ В};$$

$$U_{fe} = I_3 R_3 = 3,606 \cdot 4 = 14,4 \text{ В};$$

$$U_{ea} = I_3 x_{L3} = 3,606 \cdot 15 = 54,1 \text{ В}.$$

Строим в масштабе на комплексной плоскости векторы токов.

Вектор напряжения  $U_{me}$  совпадает с вектором тока  $I_2$  (на активном сопротивлении). Откладывая отрезок  $em = \frac{U_{me}}{m_u} = \frac{18,87}{10} = 1,89 \text{ см}$  по

направлению тока  $I_2$ , получаем точку  $m$ . Из точки  $m$  перпендикулярно к току  $I_2$  в сторону опережения (на индуктивности  $L_2$ ) откладываем отрезок

$$ma = \frac{U_{am}}{m_u} = \frac{22,1}{10} = 2,21 \text{ см}.$$



Получаем точку  $a$ . Для определения местоположения точки  $d$  из точки  $a$  под углом  $90^\circ$  к току  $I_1$  в сторону отставания (на участке  $ad$  емкость) проводим линию и на ней отмечаем отрезок  $ad = \frac{U_{da}}{m_u}$ . На участке  $dc$  цепи включено

активное сопротивление  $R_1$ , следовательно, вектор  $dc$  параллелен вектору тока  $I_1$ . Продолжая аналогичные построения для каждого участка цепи, получаем диаграмму (рис. 11).

#### ЗАДАЧА 5. Расчет баланса активной и реактивной мощностей цепи синусоидального тока.

Баланс мощностей может быть составлен двумя способами: с применением и без применения комплексного метода.

По первому способу определяют сумму комплексных мощностей источников и сумму комплексных мощностей приемников, включенных в ветви цепи. Мощность источников

$$\underline{S}_u = \underline{E}_1 \underline{I}_1^* + \underline{E}_3 \underline{I}_3^*.$$

Здесь  $\underline{I}_1^*$  и  $\underline{I}_3^*$  - сопряженные комплексы токам  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_3$  соответственно;

$$\underline{S}_u = (33 + j \cdot 16)(1 - j \cdot 2) + (48 + j \cdot 13)(2 + j \cdot 3) = 122 + j \cdot 120 \text{ вар.}$$

Мощность приемников

$$\underline{S}_{np} = I_1^2 \underline{Z}_1 + I_2^2 \underline{Z}_2 + I_3^2 \underline{Z}_3,$$

где  $\underline{Z}_1 = R_1 - jx_{c1}$ ;  $\underline{Z}_2 = R_2 + jx_{L2}$ ;  $\underline{Z}_3 = R_3 + jx_{L3} - jx_{c3}$ ;

$I_1, I_2, I_3$  – действующие значения токов;

$$\underline{S}_{np} = I_1^2 (R_1 - jx_{c1}) + I_2^2 (R_2 + jx_{L2}) + I_3^2 (R_3 + jx_{L3} - jx_{c3});$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{np} &= 2,236^2 (2 - j \cdot 3) + 3,162^2 (6 + j \cdot 7) + 3,606^2 (4 + j \cdot 15 - j \cdot 10) = \\ &= 122 + j \cdot 120 \text{ В} \cdot \text{А}. \end{aligned}$$

Отсюда  $P_{np} = 122 \text{ Вт}$ ;  $Q_{np} = 120 \text{ вар}$ .

По второму способу считают отдельно активные и реактивные мощности.

Активная мощность источников

$$P_u = E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_3 I_3 \cos \varphi_3.$$

Здесь  $\varphi_1$  – угол сдвига фаз между  $E_1$  и  $I_1$ ;

$$\varphi_1 = \psi_{e1} - \varphi_{i1} = 25,87^\circ - 63,5^\circ = -37,63^\circ;$$

$\varphi_3$  – угол сдвига фаз между  $E_3$  и  $I_3$ ;

$$\varphi_3 = \psi_{e3} - \varphi_{i3} = 15,1^\circ - (-56,3^\circ) = 71,4^\circ;$$

$$P_u = 36,67 \cdot 2,236 \cdot \cos(-37,63^\circ) + 49,73 \cdot 3,606 \cdot \cos 71,4^\circ = 122; 13 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность источников

$$Q_u = E_1 I_1 \sin \varphi_1 + E_3 I_3 \sin \varphi_3;$$

$$Q_u = 36,67 \cdot 2,236 \cdot \sin(-37,63^0) + 49,73 \cdot 3,606 \cdot \sin 71,4^0 = 119,9 \text{ вар.}$$

Активная мощность приемников

$$P_{np} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3;$$

$$P_{np} = 2,236^2 \cdot 2 + 3,162^2 \cdot 6 + 3,606^2 \cdot 4 = 122 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность приемников

$$Q_{np} = I_1^2 (-x_{c1}) + I_2^2 x_{L2} + I_3^2 x_{L3} - I_3^2 x_{c3};$$

$$Q_{np} = 2,236^2 \cdot (-3) + 3,162^2 \cdot 7 + 3,606^2 \cdot 15 - 3,606^2 \cdot 10 = 120 \text{ вар.}$$

Из расчета мощностей следует, что баланс сходится.

**ЗАДАЧА 6.** Построение графика зависимости мгновенного значения синусоидальной величины от времени.

Запишем мгновенное значение тока  $i_1$ :

$$i_1 = 2,236 \sqrt{2} \sin(\omega t + 63,5^0) = 3,16 \sin(\omega t + 63,5^0) \text{ А.}$$

При построении графика откладывают начальную фазу  $\varphi_{L1} = 63,5^0$  (рис. 12), причем положительную фазу влево от начала координат, а отрицательную – вправо. С точки зрения математики это означает перенос осей координат в точку А, т.е. производится замена переменных:

$$x = \omega t + 63,5^0; \quad i_1 = 3,16 \sin x.$$

Эта функция начинается с точки А, где  $x = 0$ .

$$\text{При } x = 30^0 \quad i_1 = 3,16 \sin 30^0 = 3,16 \cdot 0,5 = 1,58 \text{ А;}$$

$$\text{При } x = 60^0 \quad i_1 = 3,16 \sin 60^0 = 3,16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,74 \text{ А;}$$

$$\text{При } x = 90^0 \quad i_1 = 3,16 \sin 90^0 = 3,16 \cdot 1 = 3,16 \text{ А.}$$

Далее точки располагаются симметрично (рис. 12).

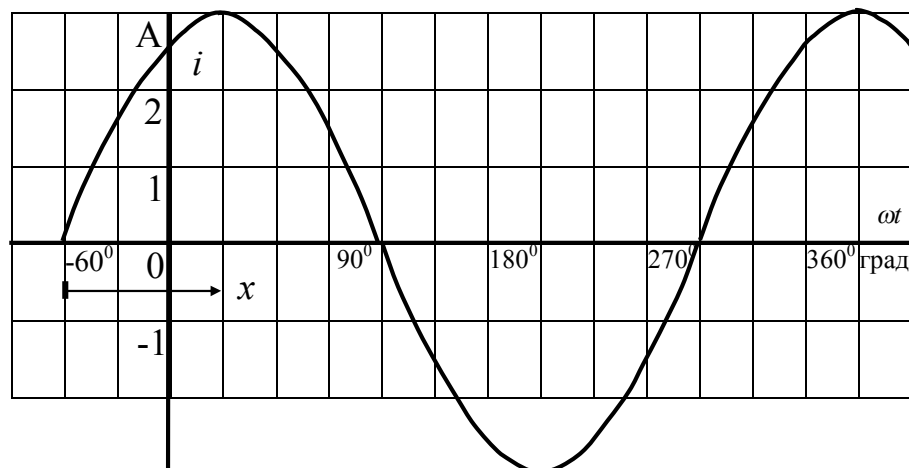




Рис. 12. График зависимости тока  $i_1$  от времени  $t$

**ЗАДАЧА 7.** Составление системы уравнений на основании законов Кирхгофа в магнитно-связанной цепи.

В уравнениях необходимо обратить внимание на запись знака напряжения взаимоиндукции  $\underline{U}_{e3} = jx_M \underline{I}$ . Если направление обхода первой катушки совпадает с направлением тока другой катушки по отношению к одноименным зажимам, то напряжение взаимоиндукции первой катушки записывают со знаком плюс, в противном случае напряжение взаимоиндукции будет со знаком минус.

Для рассматриваемой цепи (рис. )

$$a) \underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0;$$

$$A) \underline{I}_1 R_1 + I_1(-jx_{C1}) + \underline{I}_2 jx_{L2} - \underline{I}_3 jx_M + \underline{I}_2 R_2 = \underline{E}_1;$$

$$B) -\underline{I}_2 R_2 - \underline{I}_2 jx_{L2} + \underline{I}_3 jx_M - \underline{I}_3 jx_{L3} + \underline{I}_2 jx_M - \underline{I}_3(-jx_{C3}) = -\underline{E}_3.$$

В уравнении для контура А напряжение взаимоиндукции второй катушки  $L_2$  записано со знаком минус, так как направление обхода катушки  $L_2$  выбрано от начала катушки к ее концу (обычно начало катушки обозначают точкой), а ток  $I_3$  в катушке  $L_3$  протекает от конца катушки к ее началу, т.е. направление обхода катушки  $L_2$  не совпадает с направлением тока  $I_3$  в катушке  $L_3$  по отношению к одноименным зажимам. В уравнение для контура В вошли два напряжения взаимоиндукции: второй катушки  $\underline{U}_{e32} = \underline{I}_3 jx_M$  и третьей катушки  $\underline{U}_{e33} = \underline{I}_2 jx_M$ .

**Тема 3.** Трехфазные цепи.

Решения задач рассматриваются на примере цепи, изображенной на рис. 13., в которой  $U_A = 220 \text{ В}$ ;  $x_A = 20 \text{ Ом}$ ;  $\varphi = 19^\circ$ ;  $R_H = 40 \text{ Ом}$ ;  $x_H = 30 \text{ Ом}$ .

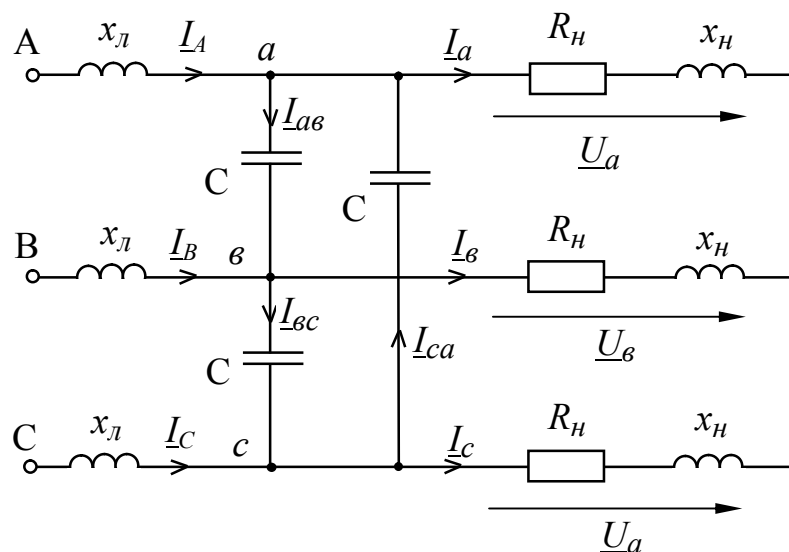


Рис. 13. Схема симметричной трехфазной цепи

**ЗАДАЧА 1.** Найти токи и напряжения  $\underline{U}_{ab}$ ,  $\underline{U}_{bc}$ ,  $\underline{U}_{ca}$ , при отсутствии конденсаторов.

Так как трехфазная цепь симметрична, то расчет каждой фазы можно произвести отдельно друг от друга, предполагая, что в цепи присутствует нулевой проводник. Обычно рассчитывают токи и напряжения фазы  $A$ , а токи и напряжения других фаз получают, сдвигая векторы токов и напряжений на  $(-120^\circ)$  и  $(+120^\circ)$  для фазы  $B$  и  $C$  соответственно  $U_A = 220$  В.

$$\text{Пусть } \underline{U}_A = U_A = \frac{U_A}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В} - \text{ фазное напряжение фазы } A.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \underline{U}_B &= \underline{U}_A \cdot \exp(-j120^\circ) = 127 \exp(-j120^\circ) = -63,5 - j110 \text{ В}; \\ \underline{U}_C &= \underline{U}_A \cdot \exp(j120^\circ) = 127 \exp(j120^\circ) = -63,5 + j110 \text{ В}. \end{aligned}$$

Для определения токов, необходимо знать сопротивления фаз:  
сопротивление нагрузки

$$\underline{Z}_H = R_H + jX_H = 40 + j30 = 50 \exp(j36,9^\circ) \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление каждой фазы

$$\underline{Z} = \underline{Z}_H + jX_A = 40 + j30 + j2 = 40 + j32 = 51 \exp(j38,7^\circ) \text{ Ом.}$$

Ток фазы  $A$  по закону Ома

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{127}{51 \exp(j38,7^\circ)} = 2,48 \exp(-j38,7^\circ) = 1,94 - j1,55 \text{ А,}$$

токи фаз  $B$  и  $C$ :

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_A \exp(-j120^\circ) = 2,48 \exp(-j38,7^\circ) \exp(-j120^\circ) = 2,48 \exp(-j158,7^\circ) = -2,31 - j0,9 \text{ А}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_A \exp(j120^\circ) = 2,48 \exp(-j38,7^\circ) \exp(j120^\circ) = 2,48 \exp(j83,3^\circ) = 0,37 + j2,45 \text{ А}. \end{aligned}$$

Искомые напряжения  $\underline{U}_{ab}$ ,  $\underline{U}_{bc}$  и  $\underline{U}_{ca}$  определяют по исходной цепи, составляя уравнение II закона Кирхгофа для соответствующего контура

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{I}_A \underline{Z}_H - \underline{I}_B \underline{Z}_H = (\underline{I}_A - \underline{I}_B) \underline{Z}_H = (1,94 - j1,55 + 2,31 + j0,9) \cdot 50 \exp(j36,9^\circ) = \\ &= 214,71 \exp(j28,2^\circ) = 189,21 + j101,5 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{ab} \exp(-j120^\circ) = 214 \exp(j28,2^\circ) \exp(-j120^\circ) = 214,71 \exp(-j91,8^\circ) = \\ &= -6,71 - j214,6 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_{ab} \exp(j120^\circ) = 214 \exp(j28,2^\circ) \exp(j120^\circ) = 214,71 \exp(j148,2^\circ) = \\ &= -182,5 + j113,11 \text{ В}. \end{aligned}$$

Определим активную, реактивную и полную мощности трехфазного источника энергии при отсутствии в цепи конденсаторов.

Полная мощность

$$S = 3U_A I_A = \sqrt{3} U_A I_A = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 2,48 = 945 \text{ ВА.}$$

Активная

$$P = S \cdot \cos \varphi_A = 945 \cdot \cos[0 - (-38,7^\circ)] = 737,5 \text{ Вт.}$$

Реактивная

$$Q = S \cdot \sin \varphi_A = 945 \cdot \sin[0 - (-38,7^\circ)] = 590,8 \text{ вар.}$$

Здесь  $\varphi_A$  – угол между вектором напряжения  $\underline{U}_A$  и вектором тока  $\underline{I}_A$ .

**ЗАДАЧА 2.** Определить значения емкостей конденсаторов, при которых угол между напряжением  $\underline{U}_a$  и током  $\underline{I}_A$  будет равен  $\varphi$ .

Построим векторную диаграмму токов фазы  $A$  (рис. 14), предполагая известным вектор напряжения  $\underline{U}_a$ .

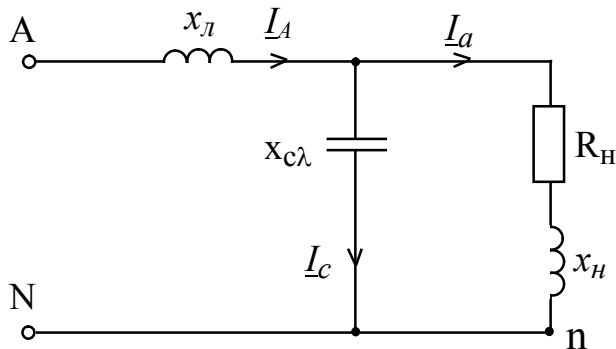


Рис. 14. Схема замещения одной фазы трехфазной цепи

Уменьшим все стороны диаграммы в  $U_a$  раз. Из полученного треугольника проводимостей следует (рис. 15)

$$Y_H \cos \varphi_H = Y_{HC} \cos \varphi$$

$$Y_H \sin \varphi_H = Y_{HC} \sin \varphi + Y_c$$

Здесь  $Y_H = \frac{1}{Z_H}$ ;  $Y_c = \frac{1}{x_{c\lambda}}$  – проводимость ветви с емкостью,

$Y_{HC}$  – проводимость двух параллельных ветвей: нагрузки и емкости (рис. 14).

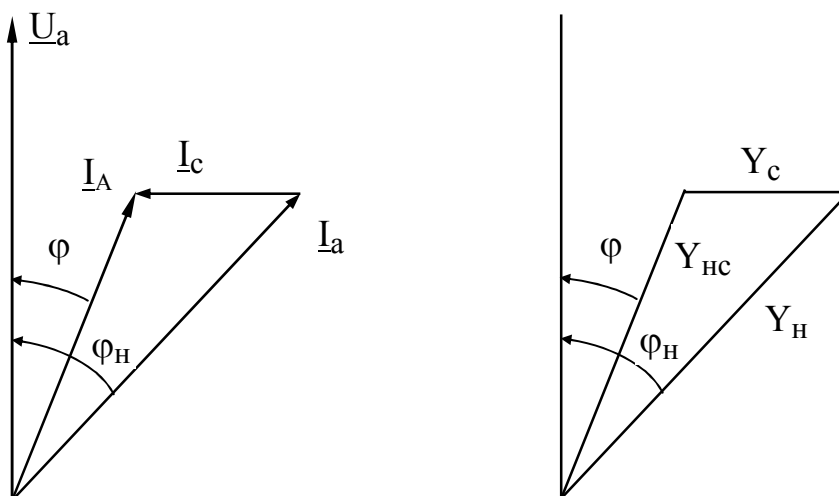


Рис. 15. Векторная диаграмма токов и треугольник проводимостей

Из первого уравнения последней системы уравнений

$$Y_{\text{HC}} = \frac{\cos \varphi_H}{\cos \varphi} \cdot Y_H$$

Из второго –

$$Y_C = Y_H \sin \varphi_H - Y_{\text{HC}} \sin \varphi = Y_H \sin \varphi_H - \frac{\cos \varphi_H}{\cos \varphi} \cdot Y_H \cdot \sin \varphi.$$

Учитывая, что  $\sin \varphi_H = \frac{x_H}{Z_H}$ ;  $\cos \varphi_H = \frac{R_H}{Z_H}$ , получим:

$$Y_C = \omega c_\lambda = \frac{1}{Z_H^2} (x_H - R_H \operatorname{tg} \varphi),$$

где  $Z_H^2 = R_H^2 + x_H^2 = 40^2 + 30^2 = 2500 \text{ Ом}^2$ .

Из последнего уравнения

$$c_\lambda = \frac{1}{2\pi f Z_H^2} (x_H - R_H \operatorname{tg} \varphi) = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 2500} (30 - 40 \operatorname{tg} 19^\circ) = 20,66 \text{ мкФ}.$$

Так как в исходной цепи конденсаторы соединены в треугольник, то

$$C = \frac{C_Y}{3} = \frac{20,66}{3} = 6,89 \text{ мкФ}.$$

**ЗАДАЧА 3.** Решить задачу 1 при наличии в цепи конденсаторов.

Найдем емкостное сопротивление конденсатора в схеме замещения (рис. 14).

$$x_{c\lambda} = \frac{1}{2\pi f C_A} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 20,66} = 154,06 \text{ Ом}.$$

Сопротивление двух параллельных ветвей:  $x_{c\lambda}$  и нагрузки  $Z_H$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{HC}} &= \frac{\underline{Z}_H \cdot (-jx_{c\lambda})}{\underline{Z}_H - jx_{c\lambda}} = \frac{50 \exp(j36,9^\circ) \cdot 154,06 \exp(-j90^\circ)}{40 + j30 - j154,06} = 59,1 \exp(j19^\circ) = \\ &= 55,8 + j19,24 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Общее сопротивление фазы А

$$\underline{Z} = jx_L + \underline{Z}_{\text{HC}} = j \cdot 2 + 55,8 + j \cdot 19,24 = 55,8 + j \cdot 21,24 = 59,78 \exp(j20,8^\circ) \text{ Ом}.$$

Ток фазы А

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{127}{59,78 \exp(j \cdot 20,8^\circ)} = 2,12 \exp(-j \cdot 20,8^\circ) = 1,986 - j \cdot 0,754 \text{ А}.$$

Токи фаз В и С

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_A \exp(-j120^\circ) = 2,12 \cdot \exp(-j20,8^\circ) \cdot \exp(-j120^\circ) = 2,12 \cdot \exp(-j140,8^\circ) = \\ &= -1,647 - j1,342 \text{ A;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_C &= \underline{I}_A \cdot \exp(j \cdot 120^\circ) = 2,12 \cdot \exp(j20,8^\circ) \cdot \exp(j120^\circ) = 2,12 \cdot \exp(j99,2^\circ) = \\ &= -0,34 + j2,097 \text{ A.} \end{aligned}$$

Напряжение на параллельных ветвях фазы А

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{I}_A \underline{Z}_{\text{nc}} = 2,12 \cdot \exp(-j20,8^\circ) \cdot 59,1 \exp(j19^\circ) = 125,56 \cdot \exp(-j1,8^\circ) = \\ &= 125,5 - j3,97 \text{ В.} \end{aligned}$$

Напряжения  $\underline{U}_b$  и  $\underline{U}_c$

$$\begin{aligned} \underline{U}_b &= \underline{U}_a \exp(-j120^\circ) = 125,56 \cdot \exp(-j1,8^\circ) \cdot \exp(-j120^\circ) = 125,56 \cdot \exp(-j124,8^\circ) = \\ &= -66,18 - j106,69 \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_c &= \underline{U}_a \cdot \exp(j \cdot 120^\circ) = 125,56 \cdot \exp(-j1,8^\circ) \cdot \exp(j120^\circ) = 125,56 \cdot \exp(j118,2^\circ) = \\ &= -59,31 + j110,66 \text{ В.} \end{aligned}$$

Ток нагрузки фазы а

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_n} = \frac{125,56 \exp(-j1,8^\circ)}{50 \exp(j36,9^\circ)} = 2,51 \exp(-j38,7^\circ) = 1,96 - j1,57 \text{ A;} \quad \underline{I}_b = \underline{I}_a \exp(-j120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(-j38,7^\circ) \cdot \exp(-j120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(-j158,7^\circ) = -2,34 - j0,91 \text{ A;} \quad \underline{I}_c = \underline{I}_a \cdot \exp(j \cdot 120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(-j38,7^\circ) \cdot \exp(j120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(j81,3^\circ) = 0,38 + j2,48 \text{ A.}$$

Токи фаз в и с

$$\begin{aligned} \underline{I}_b &= \underline{I}_a \exp(-j120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(-j38,7^\circ) \cdot \exp(-j120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(-j158,7^\circ) = \\ &= -2,34 - j0,91 \text{ A;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_c &= \underline{I}_a \cdot \exp(j \cdot 120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(-j38,7^\circ) \cdot \exp(j120^\circ) = 2,51 \cdot \exp(j81,3^\circ) = \\ &= 0,38 + j2,48 \text{ A.} \end{aligned}$$

Линейные напряжения трехфазного приемника

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = 125,5 - j3,97 - (-66,18 - j106,69) = 191,68 + j102,72 = \\ &= 217,47 \exp(j28,2^\circ) \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{ab} \exp(-j120^\circ) = 217,47 \exp(j28,2^\circ) \cdot \exp(-j120^\circ) = 217,47 \exp(-j91,8^\circ) = \\ &= -6,83 - j217,36 \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_{ab} \exp(j120^\circ) = 217,47 \exp(j28,2^\circ) \cdot \exp(j120^\circ) = 217,47 \exp(j148,2^\circ) = \\ &= -184,83 + j114,6 \text{ В.} \end{aligned}$$

Для определения токов в конденсаторах найдем емкостное сопротивление конденсатора в исходной цепи

$$x_c = 3x_{c\lambda} = 3 \cdot 154,06 = 462,2 \text{ Ом.}$$

Токи конденсаторов

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{-jx_c} = \frac{217,47 \cdot \exp(j28,2^0)}{462,2 \cdot \exp(-j90^0)} = 0,47 \cdot \exp(j118,2^0) = -0,22 + j \cdot 0,414 \text{ А;}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{bc} &= \underline{I}_{ab} \exp(-j120^0) = 0,47 \cdot \exp(j118,2^0) \cdot \exp(-j120^0) = 0,47 \cdot \exp(-j1,8^0) = \\ &= 0,47 - j \cdot 0,014 \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ca} &= \underline{I}_{ab} \exp(j120^0) = 0,47 \cdot \exp(j118,2^0) \cdot \exp(j120^0) = 0,47 \cdot \exp(j238,2^0) = \\ &= -0,25 - j \cdot 0,399 \text{ А.} \end{aligned}$$

Тема 4. Несинусоидальные периодические токи и напряжения.

Решения задач по несинусоидальным токам и напряжениям рассматриваются на примере цепи, изображенной на рис. 16, в которой  $C = 80 \text{ мкФ}$ ,  $R = 10 \text{ Ом}$ ,  $U_m = 20 \text{ В}$ ,  $\tau = 1 \text{ мс}$ ,  $T = 5 \text{ мс}$ .

На вход цепи подано напряжение  $u_1(t)$ , заданное графиком, приведенным на рис. 17.

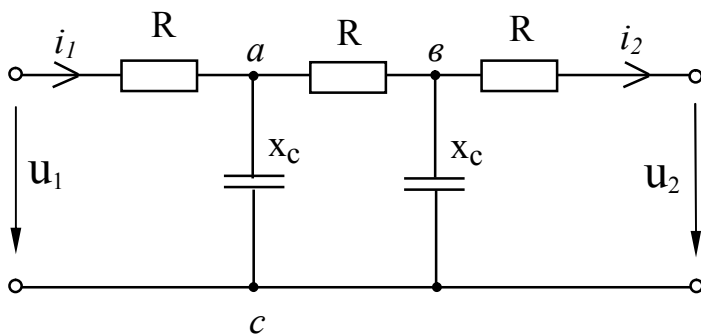


Рис. 16. Схема цепи к задаче 5

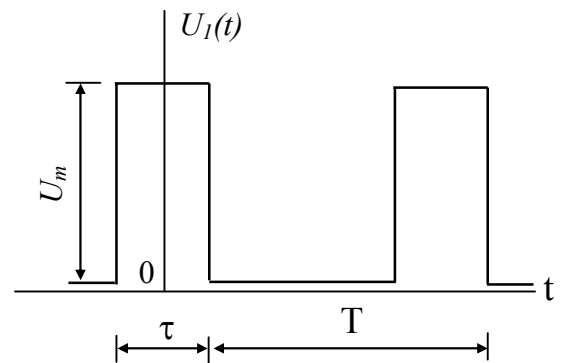


Рис. 17. График напряжения

**ЗАДАЧА 4.** Разложить функцию  $u_1(t)$  в ряд Фурье до пятой гармоники включительно, используя табличное разложение.

Записываем табличное разложение [6] для напряжения  $u_1(t)$  (рис.17)

$$u_1(t) = U_0 + \sum_1^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$$

где  $k$  - номер гармоники;  $U_0$  - постоянная составляющая,

$$U_0 = U_m \frac{\pi}{T}; \quad U_{km} = \frac{2U_m}{k\pi} \cdot \sin \frac{k\pi\tau}{T}; \quad \psi_k = \frac{\pi}{2} - \frac{k\pi\tau}{T}.$$



Подставляя числовые значения, получим

$$u_1(t) = 4 + 7,48\sin(\omega t + 54^0) + 6,05\sin(2\omega t + 18^0) + 4,04\sin(3\omega t - 18^0) + 1,87\sin(4\omega t - 54^0) + 1,3 \cdot 10^{-8}\sin(5\omega t - 90^0) \text{ В.}$$

Определим комплексную амплитуду напряжения на выходе цепи рис.16 в общем виде через параметры цепи и входное напряжение  $\underline{U}$  в режиме холостого хода.

Из схемы заданной цепи (рис. 16) следует:

$$\underline{U}_{2m} = \frac{\underline{U}_{1m}}{\frac{(R - jx_c)(-jx_c)}{R - jx_c - jx_c} + R} \cdot \frac{(R - jx_c)(-jx_c)}{R - jx_c - jx_c} \cdot \frac{-jx_c}{R - jx_c}.$$

Здесь первый множитель в формуле – ток на входе цепи, второй множитель – общее сопротивление цепи на участке  $ac$ .

Упростим полученное выражение:

$$\underline{U}_{2m} = \underline{U}_{1m} \cdot \frac{-x_c^2}{R^2 - x_c^2 - j3Rx_c}.$$

**ЗАДАЧА 5.** Используя выражение, полученное в задаче 4, определить постоянную составляющую, первую, вторую и третью гармоники напряжения  $u_2(t)$  на выходе схемы при холостом ходе.

а) Постоянная составляющая.

Так как конденсаторы на постоянном токе имеют бесконечные сопротивления, то

$$U_2^{(0)} = U_1^{(0)} = 4 \text{ В.}$$

Здесь и далее верхний индекс в скобках – номер гармоники.

б) Первая гармоника

$$x_c^{(1)} = \frac{1}{2\pi fC} \cdot \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 80} = 39,8 \text{ Ом}; \quad \underline{U}_{1m}^{(1)} = 7,48\exp(j54^0) \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2m}^{(1)} &= 7,48\exp(j54^0) \cdot \frac{-(39,8)^2}{10^2 - 39,8^2 - j3 \cdot 10 \cdot 39,8} = \frac{11848,62 \cdot \exp(-j126^0)}{1904,73 \cdot \exp(-j141,2^0)} = \\ &= 6,22\exp(j15,2^0) = 6 + j \cdot 1,63 \text{ В.} \end{aligned}$$

в) Вторая гармоника

$$x_c^{(2)} = \frac{x_c^{(1)}}{2} = \frac{39,8}{2} = 19,9 \text{ Ом}; \quad \underline{U}_{1m}^{(2)} = 6,05 \cdot \exp(j18^0) \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2m}^{(2)} &= 6,05 \cdot \exp(j18^0) \cdot \frac{-(19,9)^2}{10^2 - 19,9^2 - j3 \cdot 10 \cdot 19,9} = \frac{2399,82 \exp(-j162^0)}{666,36 \exp(-j116,4^0)} = \\ &= 3,6 \cdot \exp(-j45,6^0) = 2,52 - j2,57 \text{ В.} \end{aligned}$$

г) Третья гармоника

$$x_c^{(3)} = \frac{x_c^{(1)}}{3} = \frac{39,8}{3} = 13,27 \text{ Ом}; \quad \underline{U}_{1m}^{(3)} = 4,04 \exp(-j18^0) \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2m}^{(3)} &= 4,04 \exp(-j18^0) \cdot \frac{-(13,27)^2}{10^2 - 13,27^2 - j3 \cdot 10 \cdot 13,27} = \frac{711,42 \exp(j162^0)}{405,3 \exp(-j100,8^0)} = \\ &= 1,76 \exp(-j97,2^0) = -0,22 - j1,74 \text{ В}. \end{aligned}$$

Запишем мгновенное значение напряжения  $u_2(t)$  в виде разложения в ряд Фурье (по данным задача 5):

$$u_2(t) = 4 + 6,22 \sin(\omega t + 15,2^0) + 3,6 \sin(2\omega t - 45,6^0) + 1,76 \sin(3\omega t - 97,2^0) \text{ В}.$$

Тема 5. Четырехполюсники.

Решения следующих задач по четырехполюсникам рассматриваются на примере цепи (рис. 16), в которой  $R = 10 \text{ Ом}$ ,  $X_c = 39,8 \text{ Ом}$ .

**ЗАДАЧА 6.** Найти коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  для схемы четырехполюсника (рис. 16).

Для определения требуемых коэффициентов запишем уравнения четырехполюсника типа "А":

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A} \underline{U}_2 + \underline{B} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2 \end{cases}$$

Рассматривая цепь в режиме холостого хода при  $\underline{I}_2 = 0$  из уравнений следует

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}; \quad \underline{C} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}.$$

При определении  $\underline{A}$  можно воспользоваться результатами задачи 4:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \frac{\underline{U}_{1m}}{\underline{U}_{2m}} = \frac{R^2 - x_c^2 - j3Rx_c}{-x_c^2} = \frac{10^2 - 39,8^2 - j3 \cdot 10 \cdot 39,8}{-(39,8)^2} = 1,2 \exp(j38,8^0) = \\ &= 0,94 + j0,75; \end{aligned}$$

Для определения коэффициента  $\underline{C}$  найдем  $\underline{U}$ , предполагая, что ток  $\underline{I}_1$  известен:

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_1 \cdot \frac{-jx_c(R - jx_c)}{-jx_c + R - jx_c} \cdot \frac{-jx_c}{R - jx_c}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \underline{C} &= \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} = \frac{R - j2x_c}{-(x_c)^2} = \frac{10 - j2 \cdot 39,8}{-39,8^2} = 0,05 \exp(j97,2^0) = \\ &= -0,0063 + j0,05 \text{ См.} \end{aligned}$$

Рассматривая цепь в режиме короткого замыкания при  $\underline{u}_2 = 0$  из уравнений четырехполюсника типа "А" следует:

$$\underline{B} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}$$

Найдем ток  $\underline{I}_2$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\frac{\left(\frac{-jx_c R}{R - jx_c} + R\right) \cdot (-jx_c)}{\frac{-jx_c R}{R - jx_c} + R - jx_c} + R} \cdot \frac{\left(\frac{-jx_c R}{R - jx_c} + R\right) \cdot (-jx_c)}{\frac{-jx_c \cdot R}{R - jx_c} + R - jx_c} \cdot \frac{\frac{R(-jx_c)}{R - jx_c}}{\left(R + \frac{R(-jx_c)}{R - jx_c}\right) \cdot R};$$

Здесь первый множитель в формуле – ток  $\underline{I}_1$ ; второй множитель – общее сопротивление цепи между точками  $a$  и  $c$ ; числитель третьего множителя – общее сопротивление на участке  $bc$ .

Упростим полученное выражение:

$$\underline{I}_2 = \frac{-\underline{U}_1 x_c^2}{R(R^2 - 3x_c^2) - j4x_c R^2},$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \underline{B} &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} = \frac{R(R^2 - 3x_c^2) - j4x_c R^2}{-x_c^2} = \frac{10(10^2 - 3 \cdot 39,8^2) - j4 \cdot 49,8 \cdot 10^2}{-39,8^2} = \\ &= 31,04 \exp(j18,9^0) = 29,37 + j10,05 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

**ЗАДАЧА 7.** Найти характеристическое сопротивление четырехполюсника. Так как заданный четырехполюсник симметричен, то

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}} = \sqrt{\frac{31,04 \exp(j18,9^0)}{0,05 \exp(j97,2^0)}} = \sqrt{613,51 \exp(-j78,2^0)} = 24,8 \exp(-j39,1^0) =$$

$$= 19,21 - j15,63 \text{ Ом.}$$

Найдем напряжение  $\underline{U}_1$  и ток  $\underline{I}_1$ , а также входное сопротивление  $\underline{Z}_{вх}$ , если ток нагрузки  $\underline{I}_2 = 1 \text{ А}$ , а сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_н = \underline{Z}_c$

Из уравнений четырехполюсника типа "А", учитывая, что  $\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_c$ , получим

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \underline{U}_2 + \underline{B} \underline{I}_2 = \underline{A} \underline{I}_2 \underline{Z}_c + \underline{B} \underline{I}_2 = (\underline{A} \underline{Z}_c + \underline{B}) \underline{I}_2;$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2 = \underline{C} \underline{I}_2 \underline{Z}_c + \underline{A} \underline{I}_2 = (\underline{C} \underline{Z}_c + \underline{A}) \underline{I}_2.$$

Подставляем числовые данные

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= [1,2 \exp(j38,8^0) \cdot 24,8 \exp(-j39,1^0) + 29,37 + j10,05] \cdot 1 = \\ &= (29,78 - j0,16 + 29,37 + j10,5) = 59,16 + j9,89 = 59,98 \exp(j9,5^0) \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= [0,05 \exp(j97,2^0) \cdot 24,8 \exp(-j39,1^0) + 0,94 + j0,75] \cdot 1 = \\ &= 0,663 + j1,06 + 0,94 + j0,75 = 1,6 + j1,817 = 2,42 \exp(j48,6) \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_{вх} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{59,98 \exp(j9,5^0)}{2,42 \exp(j48,6^0)} = 24,77 \exp(-j39,1^0) = 19,21 - j15,63 \text{ Ом.}$$

Тема 6. Переходные процессы в линейных электрических цепях.

В общем случае можно рекомендовать следующую схему расчета переходных процессов классическим методом:

1.1. Записывается система дифференциальных уравнений для мгновенных значений ЭДС, напряжений, токов по 1-му и 2-му законам Кирхгофа для переходного (послекоммутационного) режима. Напряжения на емкостных элементах при этом предпочтительно записывать в виде

$$\pm u_c(0) \pm \frac{1}{0} \int idt, \text{ где первое слагаемое является напряжением на емкости в}$$

момент коммутации, а второе – дополняющее напряжение в течение переходного процесса.

1.2. Составляется характеристическое уравнение либо по  $\underline{Z}_{вх}(p) = 0$ , либо путем алгебраизации уравнений (в случае наличия индуктивных связей). Уравнение можно записать относительно любой ветви.

1.3. Определяются корни характеристического уравнения и в зависимости от их количества и вида записывается выражение для переходных токов или напряжений в виде суммы принужденных и свободных составляющих.

При характеристическом уравнении 1-го порядка:

$$i_k = i_{кпр} + A \exp(pt),$$

для 2-го порядка при вещественных различных корнях:

$$i_k = i_{кпр} + A_1 \cdot \exp(p_1 t) + A_2 \cdot \exp(p_2 t),$$

для 2-го порядка при вещественных одинаковых корнях:

$$i_k = i_{knp} + (A_1 + A_2 t) \cdot \exp(pt),$$

для 2-го порядка при комплексных сопряженных корнях  $p_1 = -\alpha + j\omega$  и  $p_2 = -\alpha - j\omega$

$$i_k = i_{knp} + K \exp(-\alpha t) \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

где постоянными интегрирования являются величины  $K$  и  $\varphi$ .

1.4. Определяются принужденные величины и подставляются в выражения для искомых переходных величин. Расчет ведется обычными методами анализа установившихся режимов.

1.5. Расчет документационного установившегося режима определяют начальные (при  $t=0$ ) значения токов в индуктивностях и напряжений на емкостях – независимые начальные условия.

1.6. Независимые начальные условия, определенные п.1.5., подставляются в исходные дифференциальные уравнения, записанные для  $t=0$ . Из полученной таким образом системы алгебраических уравнений определяются необходимые значения токов и их производных при  $t=0$ . Недостающие значения определяются повторным дифференцированием исходных дифференциальных уравнений и записью их при  $t=0$  с учетом ранее определенных величин.

1.7. Записываются выражения переходных токов (или напряжений) и их производных до  $(n-1)$ -го порядка ( $n$  – порядок цепи) в общем виде для  $t=0$ , в которые подставляются их значения, определенные в п.1.6.

1.8. Из полученных таким образом алгебраических уравнений определяются постоянные интегрирования и записываются окончательные выражения для искомых переходных величин.

### ЗАДАЧА 1.

Даны параметры элементов цепи (рис. 18):  $R_1 = 100$  Ом;  $R_2 = 100$  Ом;  $R_3 = 100$  Ом;  $R_4 = 500$  Ом;  $L = 45,1$  мГн;  $C = 7,38$  мкФ;  $E = 100$  В.

Определить переходное напряжение  $U_3(t)$ .

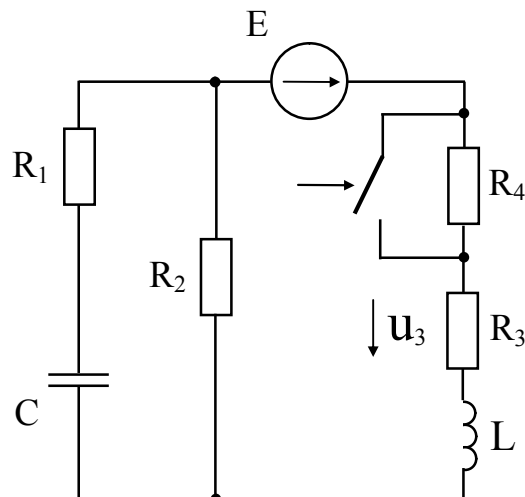


Рис. 18.

1. Запись уравнений законов Кирхгофа для переходного процесса. Для этого предварительно следует выполнить расчет докоммутационного установившегося режима с целью определения независимых начальных условий  $U_C(0)$  и  $i_L(0)$  (рис. 19).

$$I_L = \frac{E}{R_2 + R_3 + R_4} = 0,143 \text{ A}$$

$$U_C = R_2 \cdot I_L = 14,3 \text{ В}$$

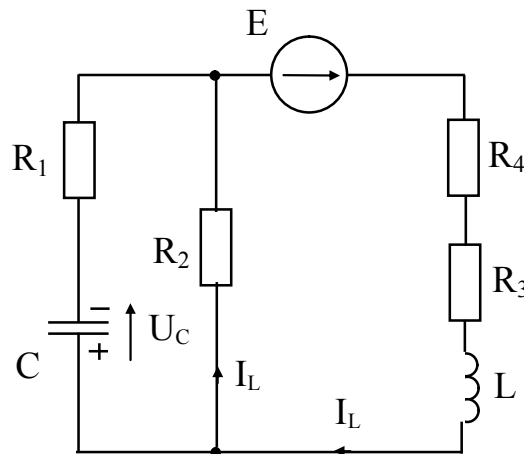


Рис. 19.

В соответствии с законами коммутации:

$$U_C(0_+) = U_C = 14,3 \text{ В}$$

$$I_L(0_+) = I_L = 0,143 \text{ А}$$

Расчет выполняется далее по схеме при замкнутом ключе (рис. 20).

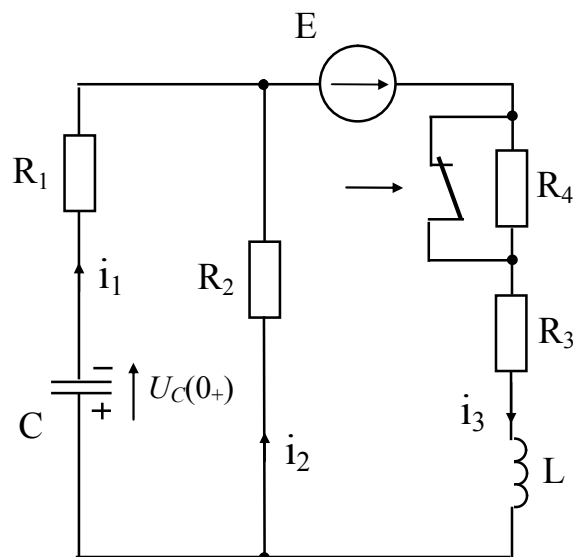


Рис. 20

На ней обозначены направления токов после коммутации, а также учтены:

$$U_C(0_+) = 14,3 \text{ В}$$

$$i_3(0_+) = 0,143 \text{ А}$$

Уравнения законов Кирхгофа:

$$\begin{cases} U_C(0) + \frac{1}{C} \int i_1 dt + R_1 i_1 & R_2 i_2 = 0 \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + L \frac{di_3}{dt} = E \\ i_3 - i_1 - i_2 = 0 \end{cases}$$

2. Характеристическое уравнение удобнее записать для ветви с емкостью:

$$R_1 + \frac{1}{pC} + \frac{R_2(R_3 + pL)}{R_2 + R_3 + pL} = 0$$

Его решение

$$p_1 = -1000 \text{ с}^{-1}, \quad p_2 = -3000 \text{ с}^{-1}$$

3. В соответствии с полученными корнями

$$i_3 = i_{3np} + A_1 \exp(p_1 t) + A_2 \exp(p_2 t).$$

4. Рассчитываем принужденную составляющую тока  $i_3$ :

$$i_{3np} = \frac{E}{R_2 + R_3} = 0,5 \text{ А}$$

5. Независимые начальные условия определены ранее:

$$U_C(0) = 14,3 \text{ В}$$

$$i_3(0) = 0,143 \text{ А}$$

6. Перепишем исходные уравнения Кирхгофа для  $t = 0$ :

$$\begin{cases} U_C(0) + R_1 i_1(0) - R_2 i_2(0) = 0 \\ R_2 i_2(0) + R_3 i_3(0) + L \left[ \frac{di_3}{dt} \right]_{t=0} = E \\ i_3(0) - i_1(0) - i_2(0) = 0 \end{cases}$$

В уравнении три неизвестных величины:

$$i_1(0), \quad i_2(0), \quad U$$

Они определяются из системы уравнений. Для их определения в данном случае достаточно записанных уравнений, из которых получаем

$$\left[ \frac{di_3}{dt} \right] = 1583 \text{ Ас}^{-1}$$

Из них же можно определить при необходимости:

$$i_1(0) = 0, \quad i_2(0) = 0,143 \text{ А.}$$

Если необходимы производные этих величин, то систему исходных уравнений следует продифференцировать, а затем записать их при  $t = 0$ .

7. Записываем уравнения для тока  $i_3$  при  $t = 0$

$$i_3(0) = i_{3np}(0) + A_1 + A_2$$

$$\left[ \frac{di_3}{dt} \right]_{t=0} = \left[ \frac{di_{np3}}{dt} \right]_{t=0} + p_1 A_1 + p_2 A_2.$$

8. Подстановка определенных выше значений величин дает

$$A_1 = 0,256 \text{ А}, \quad A_2 = -0,613 \text{ А.}$$

Решение относительно тока  $i_3$ :

$$i_3 = 0,5 + 0,256 \exp(-1000t) - 0,613 \exp(-3000t).$$

Искомое напряжение:

$$U_3 = R_3 i_3 = 50 + 25,6 \exp(-1000t) - 61,3 \exp(-3000t).$$

Решение аналогичных задач при постоянных напряжениях источников и комплексных сопряженных корнях отличается лишь общим видом решения и уравнениями, определяющими постоянные интегрирования. Например, для  $i_3$  при комплексных сопряженных корнях  $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$ :

$$i_3 = i_{3np} + K \exp(-\alpha t) \sin(\omega t + \varphi)$$

уравнения, определяющие постоянные:

$$i_3(0) = i_{3np}(0) + K \cdot \sin \varphi$$

$$\left[ \frac{di_3}{dt} \right]_{t=0} = \left[ \frac{di_{np3}}{dt} \right]_{t=0} - \alpha \cdot K \cdot \sin \varphi + \omega \cdot K \cdot \cos \varphi.$$

Операторный метод расчета переходных процессов позволяет преобразовать исходные дифференциальные уравнения относительно функций времени в систему алгебраических уравнений относительно изображений этих функций. Решения полученной системы затем снова преобразуются в искомые функции времени. Уравнения, записанные в операторной форме, исходят из соответствующих законов Ома и Кирхгофа в операторной форме, которые



похожи на уравнения этих законов для установившихся режимов цепей постоянного и синусоидального тока. Поэтому возможно применение любых методов записи операторных уравнений (методы контурных токов, узловых потенциалов и т. п.).

Последовательность расчета можно рассмотреть на нижеследующем примере расчета токов и напряжений для цепи 2-го порядка.

ЗАДЧА 2. Даны параметры элементов цепи (рис. 21):

$$R_1 = 36,84 \text{ Ом}; \quad R_2 = 450 \text{ Ом}; \quad R_3 = 50 \text{ Ом}; \quad R_4 = 450 \text{ Ом};$$

$$C = 1,56 \text{ мкФ}; \quad L = 65 \text{ мГн}; \quad E = 100 \text{ В}.$$

Определить переходный ток  $i_3(t)$ .

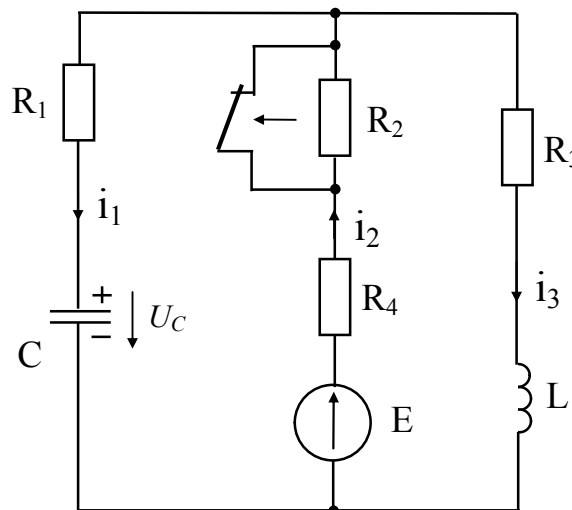


Рис. 21

1. Определение независимых начальных условий.

$$i_3(0) = i_L(0) = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{100}{50 + 450} = 0,2 \text{ А},$$

$$U_C(0) = \frac{E}{R_3 + R_4} \cdot R_3 = \frac{100}{50 + 450} \cdot 50 = 10 \text{ В}.$$

2. Составление операторной схемы.

Операторная схема (рис. 22) составляется для послекоммутационного состояния цепи. В нее включаются дополнительно внутренние ЭДС – напряжения на емкостных элементах и токи на индуктивных элементах  $\frac{U_C(0)}{p}$ ;  $Li_L(0)$  в момент коммутации. Внутренняя ЭДС емкости

направляется навстречу напряжению на ней, а ЭДС индуктивного элемента – по направлению тока в ней.

На схеме принято  $R_2 + R_4 = R$

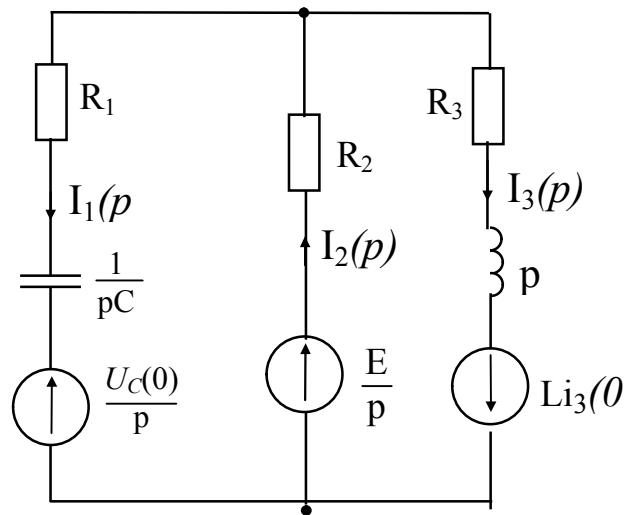


Рис. 22

### 3. Составление уравнений цепи.

Хотя операторное выражение искомой величины может быть найдено любым известным способом, чаще используют метод контурных токов.

Уравнения имеют вид:

$$\left( R_1 + R + \frac{1}{pC} \right) \cdot I_1(p) + RI_3(p) = \frac{E}{p} - \frac{U_c(0)}{p},$$

$$RI_1(p) + (R + R_3 + pL) \cdot I_3(p) = \frac{E}{p} + Li_3(0).$$

Обычно проще производить вычисления, если в правые части уравнений подставить  $U_c(0)$  и  $i_L$  в буквенном виде:

$$\left( R_1 + R + \frac{1}{pC} \right) \cdot I_1(p) + RI_3(p) = \frac{E}{p(R_3 + R_4)} \cdot R_4,$$

$$RI_1(p) + (R + R_3 + pL) \cdot I_3(p) = \frac{E}{p(R_3 + R_4)} \cdot (R_4 + R_3 + pL).$$

Решение уравнений.

Чаще всего решают уравнения с помощью определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 + R + \frac{1}{pC} & R \\ R & R + R_3 + pL \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{pC} \left\{ p^2 LC(R_1 + R) + p[L + C(R_1 R + R_1 R_3 + RR_3)] + R + R_3 \right\}$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \frac{E}{p(R_3 + R_4)} \cdot \begin{vmatrix} R_4 & R \\ R_4 + R_3 + pL & R + R_3 + pL \end{vmatrix} = \\ &= \frac{E}{p(R_3 + R_4)} \cdot [pLR_4 - pLR + R_3R_4 - R_3R] = -\frac{ER_2}{p(R_3 + R_4)} \cdot (pL + R).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= \frac{E}{p(R_3 + R_4)} \begin{vmatrix} R_1 + R + \frac{1}{pC} & R_4 \\ R & R_4 + R_3 + pL \end{vmatrix} = \\ &= \frac{E}{p^2(R_3 + R_4)C} \cdot \left\{ p^2LC(R_1 + R) + p \cdot [L + C(R_1R_4 + R_1R_3 + RR_3)] + R_3 + R_4 \right\}\end{aligned}$$

На этом этапе полезно произвести проверку размерностей, исходя из следующих выражений:

$$[C] = \text{с/Ом}, \quad [L] = \text{Ом} \cdot \text{с}$$

Получаем для изображений величин:

$$I_1(p) = -\frac{ER_2C}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_3 + pL}{\{p^2LC(R_1 + R) + p[L + C(R_1 + R_1R_3 + RR_3)] + R + R\}}.$$

Обозначим  $\{p^2LC(R_1 + R) + [L + C(R_1R + R_1R_3 + RR_3)] + R + R_3\} = A(p)$ ,

$$\text{тогда } I_1(p) = -\frac{ER_2C}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_3 + pL}{A(p)},$$

$$I_3(p) = \frac{E}{(R_3 + R_4)} \cdot \frac{p^2LC(R_1 + R) + [L + C(R_1R_4 + R_1R_3 + RR_3)] + R_3 + R_4}{p \cdot A(p)}$$

$$\begin{aligned}I_2(p) &= I_1(p) + I_3(p) = \\ &= \frac{E}{(R_3 + R_4)} \cdot \frac{p^2LC(R_1 + R) + p[L + C(R_1R_4 + R_1R_3 + R_4R_3)] + R_3 + R_4}{p \cdot A(p)}\end{aligned}$$

$$U_C(p) = I_1(p) \frac{1}{pC} + \frac{U_C(0)}{p} = -\frac{ER_2}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_3 + pL}{A(p)} + \frac{ER_3}{p(R_3 + R_4)}.$$

$$U_L(p) = pLI_3(p) - Li_3(0) =$$

$$= \frac{EL}{(R_3 + R_4)} \cdot \frac{p^2 LC(R_1 + R) + p[L + C(R_1 R_4 + R_1 R_3 + R_4 R_3)] + R_3 + R_4}{A(p)} - \frac{EL}{(R + R)}$$

5. Нахождение оригинала с помощью теоремы разложения.

Оригинал  $i_3(t)$  находим по формуле, называемой формулой разложения:

$$f(t) = \sum_{\kappa=1}^n \frac{F_1(p_\kappa)}{F_2'(p_\kappa)} \cdot \exp(p_\kappa t),$$

где  $F_1(p)$  – числитель выражения  $I_3(p)$ ,

$F_2'(p)$  – производная от знаменателя выражения  $I_3(p)$ ,

$p_\kappa$  – корни знаменателя выражения  $I_3(p)$ .

Корни характеристического уравнения находим после подстановки числовых значений в знаменатель выражения  $I_3(p)$ :

$$95 \cdot 10^{-6} p^3 + 190 \cdot 10^{-3} p^2 + 950 p = 0,$$

$$\text{или } p(95 \cdot 10^{-6} p^2 + 190 \cdot 10^{-3} p + 950) = 0$$

Таким образом один из корней  $p_1 = 0$ . Остальные корни находим после деления уравнения на коэффициент при  $p^2$ :

$$p^2 + 2 \cdot 10^3 \cdot p + 10 \cdot 10^6 + 0$$

Таким образом определяем

$$p_{2,3} = -1000 \pm \sqrt{10^6 - 10 \cdot 10^6} = -1000 \pm j30000.$$

При наличии комплексных сопряженных корней наряду с приведенной выше формулой теоремы разложения удобно использовать другую формулу:

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{F_1(p)}{p_1 F_3'(p_1)} \exp(p_1 t) \right]$$

в которой слагаемое  $\frac{F_1(0)}{F_3(0)}$  дает составляющую тока при  $p_1 = 0$ , а второе

слагаемое учитываем оба комплексных сопряженных корня. При этом

$$F_3(p) = \frac{F_2(p)}{p}.$$

Тогда

$$F_1(0) = 50000; \quad F_3(0) = 475000 \quad \text{и} \quad \frac{F_1(0)}{F_3(0)} = 0,105;$$

$$F_1(p) = 43052 \exp(j190,7^\circ)$$

$$F_3(p) = 284,86 \exp(j190,2^\circ), \quad p = 3162 \exp(j108,5^\circ).$$

Искомый ток определится как

$$i_3 = 0,105 + 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{43052 \exp(j190,7^\circ)}{3162 \exp(j108,5^\circ) \cdot 284,86 \exp(j90,2^\circ)} \cdot \exp(-1000 + 3000)t \right] =$$

$$= 0,105 + 0,096 \exp(-1000t) \cdot \cos(3000t - 8^\circ) =$$

$$= 0,105 + 0,096 \exp(-1000t) \cdot \sin(3000t + 82^\circ), \text{ A}$$

Проверим решение:

При  $t = 0$  ток  $i_3(0) = 0,105 + 0,096 \sin 82^\circ = 0,2 \text{ A}$ , т.е. ток  $i_3(0)$  совпадает с принятым в начале решения задачи.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей, М.: Энергия, 1989 – 528 с.
2. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, ч.1. Линейные электрические цепи, М.: Энергия, 1978. – 592 с.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники т.1. – М.: Энергоиздат, 1981 – 536 с.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники /Под ред. Ионкина П.А. – М.: Энергоиздат, 1982. – 766 с.
5. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. М.: ВШ, 1990 – 544 с.
6. Шебес М.Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах. – М.: ВШ, 1967. – 654 с.

Рассмотрено на заседании  
кафедры  
Протокол №5 от 22.11.96г.  
Зав. Кафедрой ЭиЭМ  
\_\_\_\_\_ Б.В. Сухинин

Нормоконтролер,  
Ответственный по  
стандартизации на  
кафедре  
\_\_\_\_\_ В.М. Глазов